

Модель оптимального управления беспилотным летательным аппаратом при облете зон с грозовой деятельностью

А. В. Самсонов, email: Sinoptik78@mail.ru¹
С. Н. Башлыков, email: bashlykov.sergey@mail.ru¹
В.С. Ножкин, email: Nozhkin@mail.ru¹

¹ ВУНЦ ВВС «ВВА имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж)¹

***Аннотация.** В работе построена математическая модель, обеспечивающая оптимальное управление беспилотным летательным аппаратом при облете зон с грозовой деятельностью.*

***Ключевые слова:** математическая модель, управление, беспилотный летательный аппарат, грозовая деятельность.*

Введение

Основным режимом управления полетом беспилотного летательного аппарата (БЛА) является ручной радиокомандный режим, реализуемый оператором с наземного пункта управления [1].

Как показывает анализ [2], объективные ошибки операторов управления являются одной из причин их высокой аварийности. Кроме этого, БЛА имеют определенные ограничения по применению в зависимости от сложившейся метеообстановки, например [3]:

1. Полеты БЛА в условиях грозовой деятельности запрещаются.

2. При наличии в районе аэродрома (района полетов) вылета мощно-кучевой и кучево-дождевой облачности экипаж (расчет) БЛА обязан с помощью оптико-электронных средств осмотреть зону взлета и выхода из района аэродрома, оценить возможность взлета и определить порядок обхода мощно-кучевой, кучево-дождевой облачности и зон сильных ливневых осадков.

3. При подходе БЛА к зоне грозовой деятельности (сильных ливневых осадков) командир экипажа (расчета) БЛА обязан оценить возможность продолжения полета, принять решение на обход зоны, согласовав свои действия с органом управления полетами и т.д.

Таким образом, задача формирования программных режимов управления полетами БЛА, реализующих оптимальное управление актуальна и своевременна.

1. Модель оптимального управления БЛА

Пусть БЛА осуществляет полет на высоте h со скоростью v , причем за минимальное время τ БЛА должен осуществить перелет между двумя точками с соответствующими координатами (x_0, z_0) и (x_k, z_k) .

Оптимальная траектория перелета из одной точки в другую может быть определена из следующего решения [4, 5]:

$$\tau = \frac{1}{V} \int_{x_0}^{x_k} \sqrt{1 + z'^2} dx \rightarrow \min; \quad z(x_0) = z_0; \quad z(x_k) = z_k. \quad (1)$$

Решением вышеуказанного является прямая:

$$z^0(x) = z_0 + \frac{z_k - z_0}{x_k - x_0} (x - x_0). \quad (2)$$

Пусть на плоскости Mxz радиолокатором обнаружена зона конвективной облачности, интенсивность которой говорит о грозовой деятельности, связанной с этой облачностью и граница которой с достаточной точностью может быть описана уравнением окружности:

$$(x - x^*)^2 + (z - z^*)^2 - R_{\text{облака}}^2 = 0. \quad (3)$$

Такое уравнение может быть построено как сечение на высоте $y = h$ фигуры, которая описывает область кучево-дождевого облака.

Пусть траектория полета БЛА (2) проходит через плоскую область, граница которой описывается выражением (3) и представлена на рисунке 1.

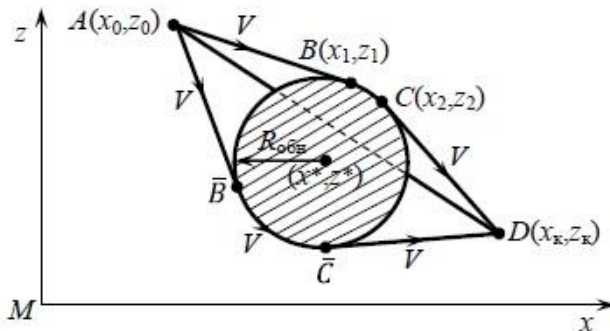


Рис. 1. Плоская область кучево-дождевого облака на траектории полета беспилотного летательного аппарата

Учитывая, что попадание БЛА в зону грозовой деятельности недопустимо, то в этом случае такая зона будет являться «запрещенной» областью для экстремали $z^0(x)$ и требуется найти новую траекторию полета БЛА из точки A с координатами (x_0, z_0) в точку B с координатами (x_k, z_k) .

Необходимо отметить, что новая траектория полета БЛА должна быть гладкой функцией и располагаться на минимальном расстоянии от экстремали (2), то есть от БЛА потребуются минимальные затраты времени на ее реализацию.

Таким образом, новая траектория движения БЛА включает в себя отрезок AB , часть окружности BC и отрезок CD . При этом будем считать, что при движении БЛА по дуге окружности (3) вероятность его поражения неблагоприятными факторами, сопровождающими грозовую деятельность, равна нулю.

При решении задачи будем использовать неявное представление составной траектории БЛА вида [4]:

$$\Phi_1(x, z) = \frac{z - z_0}{z_1 - z_0} - \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = 0, \quad x \in [x_0, x_1]; \quad (4)$$

$$\Phi_2(x, z) = (x - x^*)^2 + (z - z^*)^2 - R_{облака}^2 = 0, \quad x \in [x_1, x_2]; \quad (5)$$

$$\Phi_3(x, z) = \frac{z - z_2}{z_k - z_2} - \frac{x - x_2}{x_k - x_2} = 0, \quad x \in [x_2, x_k]. \quad (6)$$

Выражения (4-6) есть уравнения прямых, проходящих через точки с координатами $A(x_0, z_0)$, $B(x_1, z_1)$, $C(x_2, z_2)$ и $D(x_k, z_k)$. Равенство значений производной z' неявно заданной функции $z = z(x)$ в точках $B(x_1, z_1)$ и $C(x_2, z_2)$ обеспечит гладкость данной траектории.

Используя производную $z(x)$ как $z' = \frac{\Phi_x(x, z)}{\Phi_z(x, z)}$ [4], получим:

$$\frac{z_1 - z_0}{x_1 - x_0} + \frac{x_1 - x^*}{z_1 - z^*} = 0; \quad \frac{x_2 - x^*}{z_2 - z^*} + \frac{z_k - z_2}{x_k - x_2} = 0, \quad (7)$$

которые обеспечивают равенство производных, вычисленных с использованием выражений (4)-(6) в указанных точках траектории.

Система (7) содержит неизвестные координаты (x_1, z_1) и (x_2, z_2) и необходимо, чтобы эти точки располагались на траектории полета БЛА, что обеспечивают следующие соотношения:

$$\begin{aligned} (x_1 - x_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - R_{облака}^2 &= 0; \\ (x_2 - x^*)^2 + (z_2 - z^*)^2 - R_{облака}^2 &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

которые, в совокупности с (7), позволяют получить систему уравнений для определения искоемых значений координат.

Уравнения (7-8) могут быть решены методами решения нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений [4]. Вышеизложенное указывает на наличие двух решений, которые обозначим как $x_1^{(1)}, z_1^{(1)}, x_2^{(1)}, z_2^{(1)}, x_1^{(2)}, z_1^{(2)}, x_2^{(2)}, z_2^{(2)}$. Первое решение задает координаты точек B и C , а второе – точек \bar{B} и \bar{C} .

Таким образом, имеется два варианта облета зоны кучево-дождевой облачности и связанной с грозовой деятельностью и необходимо выбрать тот, который обеспечит минимальные затраты полетного времени БЛА. Эти затраты, согласно рисунку 1, могут быть определены как:

$$\tau = \frac{1}{V}(d_{AB} + d_{BC} + d_{CD}); \quad \bar{\tau} = \frac{1}{V}(d_{\bar{AB}} + d_{\bar{BC}} + d_{\bar{CD}}), \quad (9)$$

здесь параметр d задает протяженность соответствующего участка составной части траектории полета БЛА.

Составляющие выражения (9) определяются из соотношений, описывающие длины отрезков прямых и дуг окружностей [4]:

$$\begin{aligned} d_{AB} &= \sqrt{(x_0 - x_1^{(1)})^2 + (z_0 - z_1^{(1)})^2}; \\ d_{BC} &= 2R_{облака} \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{(x_1^{(1)} - x_2^{(1)})^2 + (z_1^{(1)} - z_2^{(1)})^2}}{2R_{облака}} \right\}; \\ d_{CD} &= \sqrt{(x_2^{(1)} - x_k)^2 + (z_2^{(1)} - z_k)^2}; \\ d_{\bar{AB}} &= \sqrt{(x_0 - x_1^{(2)})^2 + (z_0 - z_1^{(2)})^2}; \\ d_{\bar{BC}} &= 2R_{облака} \arcsin \left\{ \frac{\sqrt{(x_1^{(2)} - x_2^{(2)})^2 + (z_1^{(2)} - z_2^{(2)})^2}}{2R_{облака}} \right\}; \\ d_{\bar{CD}} &= \sqrt{(x_2^{(2)} - x_k)^2 + (z_2^{(2)} - z_k)^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

Подставляя (9) в (10) и сравнивая полученные значения, определяем минимальное время, при этом оптимальный вектор управления БЛА, при его полете по соответствующим участкам траектории полета, формируется на основе использования параметров x_1, z_1, x_2, z_2 в выражениях (4)-(6).

Заключение

Необходимо отметить, что кучево-дождевая облачность и связанная с ней грозовая деятельность могут иметь вид как отдельного локального очага (внутримассовая облачность), так и в виде скоплений нескольких ячеек кучево-дождевой облачности, поэтому перспективной является задача формирования оптимального управления беспилотного летательного аппарата при облете совокупности пересекающихся зон конвективной облачности и связанных с ней грозовой деятельности и других опасных для авиации опасных явлений погоды.

Список литературы

1. Беспилотная авиация [Электронный ресурс]: база данных. – Режим доступа: <http://uav.ru>
2. Красильников М.Н. Управление и наведение беспилотных маневренных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / М.Н. Красильников; – М.: Физматлит, 2005. – 280 с.
3. Моисеев В.С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами / В.С. Моисеев; – Казань: ГБУ «Республиканский центр мониторинга качества образования», 2013. – 768 с.
4. Доброленский Ю.П. Динамика полета в неспокойной атмосфере / Ю.П. Доброленский; – М.: Машиностроение, 1969. – 256 с.
5. Понтрягин Л.С. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин; – М.: Наука, 1983. – 393 с.